1

Aufgabe. Ein Dreyeck DBC, das der Seiten, der Winkel und also dem Inhalt nach gegeben ist, in 4 gleiche Theile so zu theilen, daß die Theilungslinien ge, dh, bey o rechte Winkel machen.

Auflösung. Es sey $DB = b$, $BC = a$, $DC = c$, $B = \beta$, $C = \gamma$, $D = \alpha$, und der Inhalt des $\Delta\, DBC = 4A$.

1. Es ist $q(r+m)\sin\beta = A$, oder, da $q = a - p$, und $(r+m) = b - n$, $(a-p)(b-n)\sin\beta = A$, daher $a - p = \dfrac{A}{(b-n)\sin\beta}$ und

(1) $$p = \frac{a(b-n)\sin\beta - A}{(b-n)\sin\beta}.$$

2. Es ist ferner Trapez $DdhC = \Delta\, DhC + \Delta\, Dhd = 2A$. Da nun $\Delta\, DhC = \dfrac{cp\sin\gamma}{2}$, und $\Delta\, Dhd : \Delta\, dhB = n : r+m = n : b-n$, daher

$$\Delta\, Dhd = \frac{n \cdot \Delta\, dhB}{b-n} = \frac{2An}{b-n}.$$ So ist

Trapez $DdhC = \dfrac{cp\sin\gamma}{2} + \dfrac{2An}{b-n} = 2A$. Folglich

(2) $$p = \frac{4Ab - 8An}{c(b-n)\sin\gamma}.$$ Vergleicht man (1) und (2); so ist

$$n = \frac{Ac\sin\gamma + 4Ab\sin\beta - abc\sin\beta\sin\gamma}{8A\sin\beta - ac\sin\beta\sin\gamma}.$$

Bestimmt man auf gleiche Weise m, so ist

$$m = \frac{Aa\sin\gamma + 4Ab\sin\alpha - abc\sin\alpha\sin\gamma}{8A\sin\alpha - ac\sin\alpha\sin\gamma}.$$

Dadurch sind m u. n, und daher $b - (m+n) = r$ bekannt und immer möglich.

3. Es ist aber $x^2 + z^2 = r^2$, und $xz = A$. Folglich

$$x^2 = \frac{r^2 + \sqrt{r^4 - 4A^2}}{2}, \text{ und } z^2 = \frac{r^2 - \sqrt{r^4 - 4A^2}}{2}$$

Die Auflösung ist daher in allen Fällen möglich, da immer $r^4 > 4A^2$; denn daß $r^2 > \sqrt{r^4 - 4A^2}$ ist, versteht sich von selbst, und giebt daher keinen unmöglichen Fall.

L Bendavid

7/1 – 9