1. Ist die Wurzel einer Gl. $a+\sqrt{-b}$, so hat sie gewiß auch $a-\sqrt{-b}$ zur Wurzel

2. Daß jede = die unmögl. W. hat eine Summe ~~verschieden~~ von Quadraten sei (Euler) ~~leicht~~ beweist Waring so: ~~es~~ sind die W. $a+\sqrt{-A^2}$, $b+\sqrt{-B^2}$, $c+\sqrt{-C^2}$ &c so hat sie auch $a-\sqrt{-A^2}$, $b-\sqrt{-B^2}$, $c-\sqrt{-C^2}$ zu W. diese in einander multiplicirt geben die Gl. und diese ist dann eine Summe von Quadraten. / aber wer sagt mir daß die Wurzeln $a\pm\sqrt{-A^2}$ sind, sie können doch auch $a\pm\sqrt{-A}$ sein, alsdann ist sie keine Summe von Quad: z.B. es sei die W. $a+\sqrt{-A}$, $b+\sqrt{-B}$, $a-\sqrt{-A}$, $b-\sqrt{-B}$. ~~die~~ das Produkt aus denen 1 et 3 giebt $(x-a)^2+A$, das aus denen 2 et 4 $(x-b)^2+B$. das Produkt aus beiden Produkten $(x-a)^2(x-b)^2+A(x-b)^2+B(x-a)^2+AB$. da nun weder A noch B Quadrate sein sollen, so würden doch letzten ~~die~~ Produkt AB nur zufälliger Weise ein Quadrat sein, wenn nehmlich A et B numeri plani similes sind, aber $A(x-b)^2$ et $B(x-a)^2$ können auf keinen Fall Quadrate sein.)

3. Eine Gl. die mögl. W. hat kann nur dann eine Summe von Quadraten sein wenn sie 2 mögl. W. hat die sich gleich sind / ist auch nur mit der Einschränkung: 2 wahr./

4. Jede Gl. von der dimension 2n, deren W. mögl. sind, ist die diff. zweier ~~Quadrat~~ zweier gleich: A. 2B. &c von n et d. 2n−2 dimens. wenn man A et B nehmlich quadrirt. oder wenn

$x^{2n}-px^{2n-1}+qx^{2n-2}\ldots = 0$ ist und ihre Wurzeln $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ &c sind, so läßt sie sich immer in

$$(x^n-ax^{n-1}+bx^{n-2}\cdots\&c)^2-(Ax^{n-1}+Bx^{n-2}+Cx^{n-3}\cdots\&c)^2$$

zerlegen. aus dem Beispiel erhellet das Verfahren.

$x^4-10x^3+35x^2-50x+24=0$ hat 1, 2, 3, 4, zu W. daher multiplicirt man ihre ~~..~~, weil $2n=4$, je $n=2$ Wurzeln mit einander $(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$, $(x-3)(x-4)=x^2-7x+12$ man nehme folgende Gl. noch beliebig an: $(x^2-ax+b)^2-(Ax+B)^2=0$ diese läßt sich in $\begin{matrix}x^2-ax+b\\-Ax+B\end{matrix}$ und $\begin{matrix}x^2-ax+b\\+Ax-B\end{matrix}$ zerlegen

2 Nun setze man $x^2-(a+A)x+(b+B) = x^2-7x+12$ und

$x^2-(a-A)x+(b-B) = x^2-3x+2$ so wird

$a+A=7$, also $a=+5$ und $b+B=12$ also $b=7$ und

$a-A=3$ $\quad A=+2$ $\quad b-B=2$ $\quad B=5$

$$x^4-10x^3+35x^2-50x+24 = (x^2-5x+7)^2-(2x-5)^2$$

5 Sollte die Gl. von der dimension 2n unmögl. W. haben so hat dann immer 2m. dann verfährt so man multip. 2r correspondirende unmögl. W. mit n-2r mögl. so entsteht eine Gl. vom n. grade; denn die übrigen 2m-2r correspondiren unmögl. W. mit d. übrigen n-2m+2r mögl., so entsteht wieder eine Gl. vom n. grade, mit diesen kan ich nach 4 verfahren.

Beisp. die Gl. $(x^4-18x^3+125x^2-398x+494)(x^4-10x^3+35x^2-50x+24)=0$

W. sind $\overset{1}{x-1}, \overset{2}{x-2}, \overset{3}{x-3}, \overset{4}{x-4}, \overset{5}{x-4+\sqrt{-3}}, \overset{6}{x-4-\sqrt{-3}}, \overset{7}{x-5+\sqrt{-1}}$,

$\overset{8}{x-5-\sqrt{-1}}$ man multip. Gl. 1.2.5.6, und 3.4.7.8 so werden

$x^4-11x^3+45x^2-73x+38$, und $x^4-17x^3+108x^2-302x+312$ factores

Nun sei die gesuchte diff

(P) $(x^4-ax^3+bx^2-cx+d)^2-(Ax^3-Bx^2+Cx-D)^2$ factores derselben sind

$$\begin{array}{l} x^4-ax^3+bx^2-cx+d \\ \quad\;\; +A\;\; -B\;\; +C\; -D \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{l} x^4-ax^3+bx^2-cx^2+d \\ \quad\;\; -A\;\; +B\;\; -C\; +D \end{array}$$

setzt man diese beiden factores den factoren der Aufg. gleich

$a+A=17$, $b+B=108$, $c+C=302$, $d+D=312$

$a-A=11$, $b-B=45$, $c-C=73$, $d-D=38$

also $a=14, A=3$, $b=\frac{153}{2}, B=\frac{63}{2}$, $c=\frac{375}{2}, C=\frac{229}{2}$, $d=175$, $D=137$

Nun setze man die Werthe von a, b, c in P.

Aus diesem Beispiel sieht man leicht ... werden können, welches immer unbequem ist, da man es nicht voraus sehen kan

6. Ist die Gl. so beschaffen daß eine $(x^r-ax^{r-1}+bx^{r-2}\ldots)^2$ ein divisor davon ist, so läßt sie sich fast auf oben beschriebene art in die diff. zweier solcher Quadrate zerlegen, wie oben in die diff.

7. Wann man in einer Gleich. ~~fur~~ x, nach W. ~~x~~ nach 2 Werthen giebt
und sie ~~nennt~~ erhält x die erste einen positiven und die 2te einen negativen
3 Werth, oder auch verkehrt, so ~~hat~~ liegen zwischen diesen beiden Werthen,
die man für x gesetzt hat allemal eine ungerade Zahl möglicher
Wurzeln; erhält der Werth der ℋ aber allemal einer-
lei Zeichen, so liegt entweder gar keine oder eine gerade
Anzahl möglicher W. dazwischen.