In jeder Quadratischen Gl. $x^2 - ax + b = 0$
~~ist die~~ sind die Rationalen Wurzeln, wann sie deren hat, unter der Forme $\frac{4m^2 - 2m - b}{4m - 1 - a}$ enthalten.
~~wo~~ Und zwar wird x von m folgender gestalt abhängen

wann $x = 1$. oder 2 so wird $m = 1$
. . . . $x = 3$ . . 4 . . . . . . $m = 2$
$x = 5$ . . . 6 . . . . . . $m = 3$
$x = 2n-1$ . . . $2n$ . . . . . . $m = n$

~~[illegible]~~ Beyspiel

Es sei $x^2 - 8x + 12 = 0$ hier ist $x = 2$. also $m = 1$
~~und~~ $4m^2 - 2m - b = 4 - 2 - 12 = -10$ und
$4m - 1 - a = 4 - 1 - 8 = -5$ also

$$\frac{4m^2 - 2m - b}{4m - 1 - a} = \frac{-10}{-5} = 2.$$

Beweis. Man suche für die Reihen den terminus generalis a° $1 . 4 . 7 . 10 . 13$ etc.
b° $9 . 16 . 23 . 30 . 37 . 44$ etc.
c° $25 . 36 . 47 . 58 . 69$. etc.

wovon die ersten 2 glieder immer zwey auf einander folgende Quadrate der Zahlen $2n-1$ und $2n$ sind, und wo die übrigen glieder ~~mit~~ nach der differenz gedachter Quadraten fortschreiten. so ~~ist~~ ~~der~~ dieser Terminus generalis ist für die Reihe a° $3x - 2$
für die Reihe b° $7x \cancel{+2} - 12$
. . . c° $11x \cancel{+14} - 30$
d° $15x \cancel{+34} - 56$ also
für die Reihe m° $(4m-1)x + 2m - 4m^2$.

Da nun ~~in der [illegible]~~ jeder dieser terminorum generalium zwei Glieder enthält die Quadrate sind, und ~~[illegible]~~ ~~der erste~~, d. diese Quadrate, ~~glieder~~ in dem ersten die 2 ersten glieder, in dem 2ten das 3te u. 4te glied, in dem dritten, das 5 u. 6 glied der Reihe sind, so ist der terminus generalis für die Reihe m, zugleich ein terminus generalis für alle Quadrate x^2 oder jedes x^2 wird ausgedrückt werden können

2 $(4m-1)x + 2m - 4m^2$, und ~~dieß~~ zwar mit der Bedingung, daß $m = 1$, wann $x = 1$ oder 2

$m = 2 \quad \ldots \quad x = 3 \quad \ldots \quad 4$

$m = n \quad \ldots \quad x = 2n-1 \quad \ldots \quad 2n$

Setzt man nun diesen Werth von x^2 in $x^2 - ax + b = 0$ so verwandelt sich diese Gleichung in

$$(4m-1-a)x + 2m - 4m^2 + b = 0$$

und daher ist $x = \dfrac{4m^2 - 2m - b}{4m - (1+a)}$ w. z. e.

Zusatz. Man mache $2m = y + \frac{1}{2}$, so ist

$$\begin{aligned} 4m^2 &= y^2 + y + \tfrac{1}{4} \\ -2m &= -y - \tfrac{1}{2} \\ -b &= -b \quad \text{also} \\ \hline 4m^2 - 2m - b &= y^2 - \tfrac{1}{4} - b \quad \text{und} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4m &= 2y + 1 \\ -1 &= -1 \quad \text{also} \\ -a &= -a \\ \hline 4m - 1 - a &= 2y - a \quad \text{folglich} \end{aligned}$$

$$x = \frac{4m^2 - 2m - b}{4m - 1 - a} = \frac{y^2 - \frac{1}{4} - b}{2y - a} = \frac{4y^2 - 1 - 4b}{4(2y - a)}$$

Zusatz. Es sei $2y = p$, so wird $x = \dfrac{p^2 - 1 - 4b}{4(p - a)}$

Zusatz. Da ~~$m = 2y + \frac{1}{4}$~~ $2m = y + \frac{1}{2}$, so ist $y = 2m - \frac{1}{2} = \frac{p}{2}$, also $p = 4m - 1$ folglich ~~ist in der~~ wird in der letztgefundenen Formel p auf folgende weise von x abhangen

wann $x = 1$ oder 2 so ist $p = 3$

$x = 3 \ldots 4 \quad \ldots \quad p = 7$

$x = 5 \ldots 6 \quad \ldots \quad p = 11$

$x = 2n-1 \ldots 2n \quad \ldots \quad p = 4n-1$

3 ~~Die negativen der~~ rationale Werth einer Wurzel in einer kubischen Gleichung $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ ~~wenn~~ muss unter der Radicale ~~$8m^3 - 4m^2(b-a) + 2m(b-a)$~~

ungültig genommen

$$\frac{8m^3 - 4m^2(b-a) + 2m(b-a) - (2+c)}{12m^2 - 2m(3+2a) + 1 + a + b}$$ enthalten

sein. m hängt hier wieder so von x ab, daß

~~Beispiel~~ wenn $x = 1$ oder 2 $m = 1$
$x = 3 \ldots 4$ $m = 2$
$x = 5 \ldots 6$ $m = 3$
$x = 2n-1 \ldots 2n$ $m = n$.

Beispiel. Es sei $x^3 - 8x^2 + 16x - 8 = 0$. Daher hier ist $x = 2$ und folglich $m = 1$. Daher

$8m^3 - 4m^2(b-a) + 2m(b-a) - (2+c) = +2$ und

$12m^2 - 2m(3+2a) + 1 + a + b = -1$

also $\frac{+2}{-1} = -2 = \frac{8m^3 - 4m^2(b-a) + 2m(b-a) - (2+c)}{12m^2 - 2m(3+2a) + 1 + a + b}$

$= \frac{+2}{-1} = -2$ folglich $x = +2$

Beweis. man suche den terminum generalis für folgende Reihen.

a^0	1.	8.	15.	22	29.	36.	43.	50
b^0	−47	−10	27.	64	101.	138.	175.	212
c^0	−239	−148	−57.	34.	125.	216	307	398
d^0	−671	−502	−333	−164	5.	174	343.	512

wo der Reihe a^0 erstes und 2° glied, der Reihe b^0 3 und 4 glied, der Reihe c^0 5 und 6 ... die Cubik der ~~Zahlen~~ natürlichen Zahlen sind. Nun ist der Terminus generalis der Reihe $a^0 = 7x - 6$

$b^0 = 37x - 84$

$c = 91x - 330$

$d = 169x - 840$

$e = 271x - 1710$

~~$m = (12m^2 - 6m + 1)x - 16m^3$~~

$m_1 = (12m^2 - 6m + 1)x - 16m^3 + 12m^2 - 2m$

Dieser Terminus generalis für die Summe, ist dieser auch der Terminus generalis für allen Cubik zahlen oder jedes $x^3 =$

$(12m^2 - 6m + 1)x - 16m^3 + 12m^2 - 2m$, wo m von x hier wiederum so wie bei den Quadraten abhängt wenn nemlich $x = 1, 2$ so ist $m = 1$

$x = 3 \cdot 4$ $\quad m = 2$

$x = 2n-1, 2n$ $\quad m = n$

Setzt man nun diesen Werth von x^3 und den oben gefundenen von x^2 in die Gl.

$x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ so wird

$$
\begin{aligned}
&(12m^2 - 6m + 1)x - 16m^3 + 12m^2 - 2m \\
&\quad - a(4m - 1)x \qquad + 4am^2 - 2am \\
&\quad + bx \qquad\qquad\qquad - c \qquad = 0
\end{aligned}
$$

$$(12m^2 - (6+4a)m + (1+a+b))x - 16m^3 + (12+4a)m^2 - (2+2a)m - c = 0$$

$$x = \frac{16m^3 - 4m^2(3+a) + 2m(1+a) + c}{12m^2 - 2m(3+2a) + (1+a+b)} \quad \text{W. z. E.}$$

$$x^4 = (32m^3 - 24m^2 + 8m - 1)x - 48m^4 + 48m^3 - 16m^2 + 2m$$

$$x = \frac{48m^4 - 16m^3(3+a) + 4m^2(4+3a+b) - 2m(1+a+b) - d}{32m^3 - 12m^2(2+a) + 2m(4+3a+2b) - (1+a+b+c)}$$

35.14 / 10.16

$$x^5 = (80m^4 - 80m^3 + 40m^2 - 10m + 1)x - 128m^5 + 160m^4 - 80m^3 + 20m^2 - 2m$$

$$x = \frac{128m^5 - 16m^4(10+3a) + 16m^3(5+3a+b) - 4m^2(5+4a+3b+c) + 2m(1+a+b+c) + e}{80m^4 - 16m^3(5+2a) + 4m^2(10+6a+3b) - 2m(5+4a+3b+2c) + (1+a+b+c+d)}$$

$$x^6 = (192m^5 - 240m^4 + 160m^3 - 60m^2 + 12m - 1)x - 320m^6 + 480m^5 - 320m^4 + 120m^3 - 24m^2 + 2m$$

$$x = \frac{320m^6 - 32m^5(15+4a) + 16m^4(20+10a+3b) - 8m^3(15+10a+6b+2c) + 4m^2(6+5a+4b+3c+d) - 2m(1+a+b+c+d) - f}{192m^5 - 80m^4(3+a) + 8m^3(20+10a+4b) - 4m^2(15+10a+6b+3c) + 2m(6+5a+4b+3c+2d) - (1+a+b+c+d+e)}$$