1 H. de la Grange hat (N. M. de l'A. de B. 70. p 138/9) sehr
richtig gezeigt, daß Cardans Regel für cubische Gleichungen
eigentlich $(x^3+nx+p)^2$ auflöse, also 6 Wurzeln haben müsse.
Hängt das aber mit jeder Auflösung nothwendig zusammen?

§4 p 139. zeigt hier klar, daß die cardanische Formel aus einer Gleichung vom 9ten grade
fließe. Wenn $q = \frac{p^2}{4} + \frac{n^3}{27}$ und die Gleichung $x^3+nx+p=0$ ist, so wird
$x = \sqrt[3]{(-\frac{p}{2}+\sqrt{q})} + \sqrt[3]{(-\frac{p}{2}-\sqrt{q})}$, folglich $\cancel{x^3 = -p + \ldots}$
$x^3 = -p + 3x\sqrt[3]{(\frac{p^2}{4}-q)}$; also $(x^3-p)^3 = 27x^3(\frac{p^2}{4}-q) =$ (weil $q = \frac{p^2}{4}+\frac{n^3}{27}$
$x^9+3px^6+(3p^2+n^3)x^3+p^3=0$. /: daß dieser Gleichung Auflösung vom 3ten
Grade abhänge sieht man, wenn man $x^3 = m$ setzt. daß hat sie gewiß alle
und das läßt sich a priori zeigen, weil sie für jede der 3 unbekannten
größen 3 Werthe angeben muß. :/

§12 p. 152. Wenn 2 Gleichungen $P=0$, $Q=0$ einen Werth von x gleich haben, so erhält man
durch Ausschalten, wenn $P = y$ setzt eine Gleichung in y. unter der Formel
$y^m+ay^{m-1}\ldots py^2+qy+r=0$ der ein Werth abermals y an und für sich $=0$ ist
so muß auch $r=0$ werden; hätte P mit Q zwei Werthe von x ge-
mein, so würde auch $q=0$, und wenn sie drei hätten auch $p=0$ werden.
Kennen schließen zeigen, daß wenn Q das glied in der
Funktion P ist in der x^0 vorhanden ist ist $r = -\frac{\partial r}{\partial Q}$, $p = \frac{\partial^2 r}{\partial Q^2}$ &c
also geben diese auch größten ein Merkmal ab ob die beiden P und
Q eine Wurzel gemein haben. /: der zwei Gleichungen $P=0$, und $Q=0$
sich auf eine einzigen bestehen in der $r=0$ ist, so frägt sich ob sich läßt
nicht jede Gleichung ~~auch~~ $x^n+ax^{n-1}+bx^{n-2}\ldots px^2+qx=r$.
durch eine entsprechende Reduktion auflösen :/