Es wäre sehr zu wünschen, daß in unsern Schulen die Lehre von den Logarithmen, wenn auch nur practisch, gelehrt würde.

Ich bin ~~gar~~ zwar nicht der Meinung, daß dem Kaufmann zu seinen gewöhnlichen Rechnungen die Logarithmen großen Nutzen leisten: wer sich gut aufs Rechnen versteht und viele arithmetische Formeln im Kopfe hat, rechnet die schwersten Rattensätze geschwinder und genauer ~~auf der gewöhnlichen~~ durch die Multiplication und Division ~~(...)~~ als mit Hülfe der Logarithmen; besonders da die ~~gewöhnlichen~~ meisten Tafeln nur bis auf 10000 berechnet sind. Allein ~~[illegible]~~ bey Zins-auf-Zins-Rechnungen verkürzen sie nicht nur die Arbeit ungemein, sondern es giebt sogar Fälle, wo man ohne ~~die Hülfe der~~ Logarithmen nicht ausreicht. ~~Es wäre sehr zu wünschen, daß in unsern Schulen die Lehre von den Logarithmen wenn auch nur practisch gelehrt würde.~~ Um dieses zu zeigen, will ich einige Aufgaben nach einer in keinem Lehrbuche befindlichen Methode mit Hülfe der Logarithmen auflösen, und es dem Leser zu entscheiden überlassen, ob er ~~auf~~ entweder gänzlich ohne Logarithmen oder auf dem alten Wege eben so geschwind zum Facit gelanget seyn würde.

Erste Aufgabe. Ein Capital A, steht zu a Procent Zinsen, und wird jährlich um die Summe b vermehrt; man soll die Summe finden, zu welcher, nach n Jahren, Zins auf Zins gerechnet, das Capital angewachsen ist.

Auflösung. Man sage: $a : 100 = b : \frac{100b}{a}$, und addire $\frac{100b}{a}$ zu A, so erhält man $A + \frac{100b}{a}$. Nun stelle man folgenden Satz auf

$$100^n : (100+a)^n = \left(A + \frac{100b}{a}\right) : x;$$

~~Facit~~ dies durch Logarithmen ausgerechnet, giebt:

$$\log x = n \log(100+a) + \log\left(\frac{Aa+100b}{a}\right) - 2n$$

Schlägt man diesen Logarithmus in den Tafeln auf, so findet man daneben ~~die~~ die Zahl, zu der er gehört, und wenn man von derselben $\frac{100b}{a}$ abzieht, so erhält man einen Rest, der ~~[illegible]~~ das gesuchte ~~Zahl~~ Facit angiebt.

Beyspiel. Es sey das Capital $A = 10000$ ß, der Zinsfuß $a = 5$ Procent, die jährliche Vermehrung $b = 250$ ß, die Anzahl der Jahre die es stehen soll, $n = 12$; so ist $\frac{100b}{a} = 5000$, $100+a = 105$, und $\frac{Aa+100b}{a} = 15000$. daher wird:

~~$n \log(100+a) = 5 \log 105 = 10,0594$~~

~~$n (\log$~~ $n \log(100+a) = 5 \log 105 = 10,1059465.$

$\log \frac{Aa+100b}{a} = \log 15000 = 4,1760913$

Summa $14,2820378$

Davon abgezogen ~~2n~~ = ~~10~~ $2n = 10$

$\log x = 4,2820378$

folglich $x = 19144\,\beta$ zieht man davon

$\frac{100b}{a} = 5000$ ab, so erhält man das

~~facit = 14144~~

$n \log(100+a) = 12 \log 105 = 24,2542716$

$\log \frac{Aa+100b}{a} = \log 15000 = 4,1760913$

Summa $28,4303629$

davon abgezogen $2n = 24$

$\log x = 4,4303629.$

folglich $x = 26937\,\beta$; zieht man davon

$\frac{100b}{a} = 5000$ ab, so erhält man das

facit $= 21937\,\beta$

<u>Zweite Aufgabe</u>. Ein Capital A steht zu a Procent Zinsen und wird jährlich um die Summe b vermindert; man soll die Zahl finden, ~~auf~~ welche, nach n Jahren, Ziel auf Ziel gerechnet, das ~~Capital~~ noch vorhandene Capital ausdrückt.

<u>Auflösung</u>. Man sage abermahls wie in voriger Aufgabe,

$a : 100 = b : \frac{100b}{a}$. Nun setze man folgende Sätze aus

<u>erstens</u>. $100^n : (100+a)^n = A : x?$

antwort durch Logarithmen:

$\log x = n \log(100+a) + \log A - 2n$

<u>zweitens</u> $100^n : (100+a)^n = \frac{100b}{a} : y?$

antwort durch Logarithmen:

$\text{Log } y = n \log(100+a) + \log \frac{100b}{a} - 2n.$

In den Tafeln findet man nun bey den Log x und Log y, die ihnen entsprechenden Zahlen x und y. ~~zieht man y von x ab~~ Von y zieht man $\frac{100b}{a}$, und den Rest $\frac{ay-100b}{a}$ von x ab.

so giebt dieser unser Rest das gesuchte Facit.

Beyspiel. Es sey das Capital ~~A~~ $A = 10000$ ß, der Zinsfuß $a = 5$ procent, die jährliche weggenommene Summa $b = 250$ ß, die Anzahl der Jahren, in denen die Verminderung geschehen soll $n = 12$; so ist $\frac{100b}{a} = 5000$ und $100 + a = 105$. folglich

$n \log(100+a) = 12 \log 105 = 24,2542716$
$\log A = \log 10000 = 4,0000000$

Summa — — $28,2542716$
davon abgezogen $2n = 24,0000000$

Rest $\log x$ — $4,2542716$

daher $x = 17959$

ferner $n \log(100+a) = 12 \log 105 = 24,2542716$
$\log \frac{100b}{a} = \log 5000 = 3,6989700$

Summa — $27,9532416$
davon abgezogen $\log 2n$ — $24,0000000$

Rest $\log y$ - - - - $3,9532416$

allgemein

$$z = \left(\frac{aA - 100b}{a}\right)\left(\frac{(100+a)^n}{100^n}\right) + \frac{100b}{a}$$

daher $y = 8979$ davon
$\frac{100b}{a} = 5000$ abgezogen, bleibt
Rest $= 3979$ zieht man nun von
$x = 17959$ den gefundenen ~~Rest~~
Rest $= 3979$ ab, so erhält man das
Facit $= 13980$ ß

Anmerkung. Geübte Rechner werden wohl sehen, daß diese Aufgabe sich in vielen Fällen abkürzen und folgender Gestalt darstellen läßt:

$$100^n : (100+a)^n = \frac{Aa - 100b}{a} : z.$$

wo denn bloß ~~zu~~ zu z die Summa $\frac{100b}{a}$ addirt ~~abgezogen~~ zu werden braucht, um das Facit zu finden: allein da jährlich mehr als der Zinsenbetrag weggenommen werden kann, und in diesem Fall $\frac{Aa - 100b}{a}$ eine negative Größe geben könnte, so ist dieser Schwierigkeit durch die Auflösung in zwey Sätze vorgebeugt worden.

Dritte Aufgabe. Ein Capital steht abermahl zu a procent Zinsen. wann nun jährlich eine Summe b (größer als der Zinsbetrag) davon abgezahlt wird, in viel Jahren Zins auf Zins gerechnet, ist die ganze Schulden Last getilgt?

Auflösung. Aus der Auflösung der zweiten Aufgabe siehet jeder leicht, daß hier, wo nach x Jahren nichts vom Capital übrig bleiben soll $\cancel{\frac{A(100+a)^x}{2x}} = \cancel{100b\,(100+a)^x - 100}$

$$\frac{A(100+a)^x}{100^x} = \frac{\frac{100b}{a}(100+a)^x - \frac{100b}{a}\cdot 100^x}{100^x}$$

und daher

$$(100b - Aa)(100+a)^x = 100b \cdot 100^x$$

seyn muss. dieses durch Logarithmen berechnet, giebt:

$$\log(100b - Aa) + x\log(100+a) = \log 100b + 2x$$

folglich $x = \dfrac{\log 100b - \log(100b - Aa)}{\log(100+a) - 2}$.

Beyspiel. Es sey das Capital $A = 10000$ fl, der Zinsfuss $a = 5$ procent, das jährlich abgetragene Quantum $b = 600$ fl; so ist $100b = 60000$, $100b - Aa = 10000$.

daher $\log 100b = \log 60000 = 4{,}7781513$
$\log(100b - Aa) = \log 10000 = 4{,}0000000$

also der ~~Zähler~~ Zähler von x = 7781513

ferner $\log(100+a) = \log 105 = 2{,}0211893$
davon abgezogen = 2
also der Nenner von x = 211893.

dividirt man daher wirklich 7781513 durch 211893 so erhält man das Facit 36 Jahre 8 Monathe und 20 T., als in welchen das Capital völlig abgezahlt ist.

L. Bandolin.

Ist $x\ (=c)$ bekannt und $b\ (=y)$ unbekannt, so wird

$\cancel{\log c = \log 100y - \log(100y - Aa)}$

$$100y(100+a)^c - Aa(100+a)^c = 100y\,100^c = \cancel{y\,100^{c+1}}$$

$$100y\left((100+a)^c + 100^c\right) = Aa(100+a)^c \quad \text{mithin} \quad y = \frac{Aa(100+a)^c}{100\left((100+a)^c + 100^c\right)}$$

Soll endlich A sofort um y vermindert werden, so wird

$$y = \frac{Aa(100+a)^c}{(100+a)^{c+1} - 100^{c+1}}$$