1

Es sei die kubische Gl. $x^3 - px^2 + qx - r = 0$ gegeben. man setze $x = \frac{y}{3} + \frac{p}{3}$ um das 2te Glied hinweg zuschaffen; so erhält man

$$y^3 - 3p^2y - 2p^3 + 9qy + 9pq - 27r = 0$$

der kürze halber setze man $3p^2 - 9q = q$, u. $2p^3 - 9pq + 27r = r$

so verwandelt sich die gedachte Gl. in

$y^3 - qy - r = 0$. Durch die angenommene Gl.

$y^2 = by + z + a$, wird, wie oben gezeigt worden, diese dadurch in eine andere kubische verwandelt, daß man $a = \frac{2q}{3}$ u. $b = \frac{3}{q}\left(\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}\right)$ annimmt. auch hier setzte man der kürze halber

$\sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}) = f$ u. $\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}) = g$

so entsteht daraus die Gl.

$z^3 = -\frac{216 f^3 g}{q^3}$, u. $z = -\frac{6f}{q}\sqrt[3]{g}$.

Nun war aber $y^2 = \frac{3gy}{q} + \frac{2q}{3} + z$ folgl. wenn man hierinn den für z gefundenen Werth setzt, wird

$$y = \frac{3g}{2q} \pm \sqrt{\frac{9g^2}{4q^2} + \frac{2q}{3} - \frac{6f}{q}\sqrt[3]{g}})$$

daraus wird, weil $x = \frac{p}{3} + \frac{y}{3}$,

$$x = \frac{p}{3} + \frac{g}{2q} + \sqrt{\frac{9g^2}{4q^2} + \frac{2q}{27} - \frac{2f}{3q}\sqrt[3]{g}},$$

die Wurzel der kubischen Gl. $x^3 - px^2 + qx - r = 0$, eine Wurzel, die von der Cardanischen Formel verschieden ist, u. vorzüglich darin abweicht, daß sie nur ein kubisches Wurzelzeichen enthält, da die des Cardans deren

ARC 40 792/A5.30

2

2 Satz.

6) Es läßt sich auch leicht zeigen, daß man um 2, drei, 4 oder mehrere Glieder aus einer Gl. hinweg zu schaffen nicht just der §2 angegebenen Formeln bedürfe, sondern daß noch auf mehr als eine Weise ~~von~~ bewerkstelligen könne. Ja ich kann alle mögliche Gleichungen aufzählen, wodurch ich den nehmlichen Zweck erhalten kann; aber wie ~~das~~ (nach §5) durch diese Methode ~~alle mögliche~~ analitische † ausdrücke für alle Gl. gefunden werde, will an seinem orte einmal weitläufiger ausführen. Doch zur Bestätigung des eben gesagten will ich es zeigen, wie ich auch ~~d~~ Ausschaltung einen neuen Ausdruck für die Wurzel einer kubischen Gl. finden könne, der vollkommen mit dem Cardanischen zusammenstimmt.

† ~~d~~ im gegensatz von imaginaire, erdenkliche

Es sei nehmlich $y^3 - qy - r = 0$

man setze $yz = z^2 + a$, so ~~wird~~ erhält ich dadurch ein Gl. in z

$$z^6 + 3az^4 - rz^3 + 3a^2z^2 + a^3 = 0$$
$$\quad - q \qquad\qquad\qquad - qa$$

Setzt ich nun in dieser Gl. die Glieder in denen z^4 u. z^2 vorkommt $= 0$, so wird $a = \frac{q}{3}$, u. dadurch $z^6 + rz^3 + \frac{q^3}{27} = 0$ oder $z = \sqrt[3]{\left(\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}\right)}$, diesen Werth von z in $yz = z^2 + \frac{q}{3}$ gesetzt giebt $y = \sqrt[3]{\left(\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}\right)} + \frac{\frac{q}{3}}{\sqrt[3]{\left(\frac{r}{2} \pm \sqrt{\frac{r^2}{4} - \frac{q^3}{27}}\right)}}$

als die Wurzel für die Gl. $y^3 - qy - r = 0$

B'

Ende