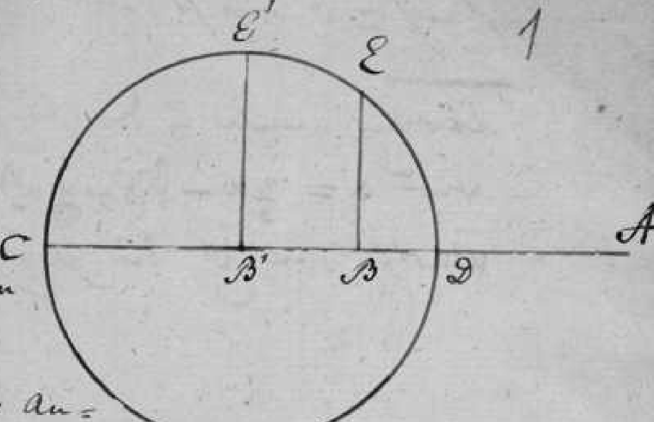
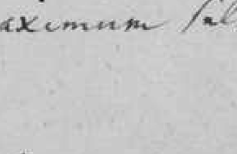


Aufgabe. Den Werth von x in der Gleichung $x^2 - ax + b = -y^2$ zu finden, in dem Falle wann $y = 0$ ist.

Vorbereitung. Soll diese Gleichung sich construiren lassen, so muß für dieselbe ein Zirkel construirt werden, dessen Radius $\mp\sqrt{a^2-4b}$ ist, und bei dem der Anfangspunkt der Abscissen außerhalb, etwa in A, liegt, und wo die Ordinate rechtwinklicht auf der Abscissenlinie stehen. Will man nun den Werth von x, wann $y = 0$ wird, ~~so braucht man nur den Werth von x unter einiger~~ ~~...~~ oder AD finden; so wird dieses geschehen können, sobald wir folgende 2 Stücke wissen 1°. ~~x~~ denjenigen Werth von x, wann die Funktion y^2 dadurch ein Maximum wird, oder AB', und 2° den Radius des Zirkels, als die Differenz von dem gefundenen x und dem x wodurch $y^2 = 0$ wird. oder AB' − DB'. Da aber DB' = B'E' ~~ist~~ und B'E' = das maximum für y ist, so wird AB' − y oder x im Falle des maximi, weniger des maximum selbst, dasjenige x geben, wodurch $y = 0$ wird.

Auflösung. Aus der Gleichung $x^2 - ax + b = y^2$ suche man denjenigen Werth von x, der y^2 in ein Maximum oder in y^2 verwandelt, so wird $2xdx - adx = 0$, oder durch dx ~~ist~~ dividirt $2x - a = 0$ und $x = \frac{1}{2}a$. Dadurch nun ist $-y^2 = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2 + b = -\frac{1}{4}a^2 + b$ ~~ist~~ oder $y^2 = \frac{1}{4}a^2 - b$, also $y = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b}$. Wird dieses nun von $x = \frac{1}{2}a$ abgezogen, so ist dasjenige x wodurch $y = 0$ wird $\frac{1}{2}a - \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b}$

Bei Gleichungen vom dritten Grade läßt sich diese Methode anwenden ~~richtig~~ erstlich in der Gleichung $x^3 - ax^2 + b^3$, welche als allgemein angenommen werden kann; doch nur unter der Voraussetzung daß $a = 2\sqrt[3]{b}$.



Dann nimmt man d in der krummen Linie ..., a zum Anfangspunkt der Abscissen und setzt $x^3 - 2x^2\sqrt[3]{b} + b^3 = -y^3$, so wird $ag = y$ oder das negative maximum $= \sqrt[3]{b}$. x wird für diesen Falle gleich 0, welches sowohl aus der Gleichung $3x^2 - 4x\sqrt[3]{b} = 0$, als auch der Annahme, daß a der Anfangspunkt der Abscissen sei, erhellt. Zieht man dieses maximum von dem Werthe von ~~X~~ $=0$ ab, so wird $x = +\sqrt[3]{b}$, welcher Werth, die Gleichung gleich $= 0$ macht, und also eine Wurzel derselben ist.

2

Daraus wenn in der Gleichung $x^3 - ax^2 + b^3 = 0$, $a^3 : b^3 = 27:4$, so wird $x = \frac{2}{3}a - \sqrt[3]{(b^3 - \frac{4}{27}a^3)}$ als der Werth von x weniger dem Werth von y die Gleichung auflösen